**2 лекція**

**3. Приклади рекурсій. Числа Фіббоначі.**

**Рекурсивною** називають процедуру,яка прямо або опосередковано звертається до себе . Застосування рекурсії дозволяє спростити алгоритм і відповідний програмний код, а також зробити їх більш прозорими.

Приклад 1. Обчислення 

За означенням для  Остання формула є рекурсивною.

Приклад 2. Обчислення кількості сполук за відомими формулами

 можна звести до рекурсивної процедури, а саме 

Навести ще один відомий спосіб обчислення біноміальних коефіцієнтів (трикутник Паскаля). Пояснити, в чому полягає обчислювальне спрощення та рекурсія. Обчислити  двома способами та порівняти кількість арифметичних операцій.

Приклад 3. Рекурентне співвідношення задане формулою

Записати декілька членів.

Приклад 4. Рекурентні співвідношення задані системою



Записати декілька членів.

Приклад 5. Послідовність Фібоначі 

Записати 10 членів. Дуже відома рекурентна числова послідовність, має багато властивостей. Через лінійні рекурентні співвідношення (наступний параграф) можна вивести формулу

,

яку можна довести методом математичної індукції. Аналіз цієї формули :

 

свідчить, що головним є перший доданок.

Наведемо тепер матричну формулу визначення чисел Фібоначчі

Позначимо.

Таким чином, маємо три способи обчислення чисел Фібоначчі:

рекурентний, явний, мтаричний.

**4.Лінійні рекурентні співвідношення**

В деяких випадках числові послідовності задаються формулами таким чином, що її черговий член залежить не тільки від номера і формули. Він знаходиться за допомогою формули та декількох попередніх членів. Отже,

 ( 1)

В цьому випадку повинні бути задані попередні члени послідовності, а саме . Розглянемо, як працює формула (1), наприклад, при . Випишемо перші три члени послідовності, які повинні бути визначені як початкові умови: при. Далі знаходимо наступні члени послідовності за формулою (1) : . Маємо при . І далі при знаходимо наступні члени послідовності.

Розглянемо спочатку більш простий варіант формули (1) – **лінійне рекурентне співвідношення**, тобто коли вона має вид

 або

, (2)

з відомими початковими членами. Явну послідовність будемо шукати у виді . Підставимо цей вираз у (2), отримаємо . Знехтувавши тривіальним не результативним розв’язком , маємо характеристичне рівняння

.

Нехай  – різні, дійсні корені цього рівняння. Тоді враховуючи його лінійність та однорідність загальним розв’язком буде . Коефіцієнти  визначаються з початкових умов, для чого маємо лінійну систему алгебраїчних рівнянь

 (3)

з головним визначником Вандермонда. З алгебри відомо, що він відмінний від нуля, якщо – різні, тому система (3) має єдиний розвязок.

Приклад 1.  . Перейти від рекурентного запису послідовності до явного. В :  .

Приклад 2.  Перейти від рекурентного запису послідовності до явного.

Розв’язування. Складаємо характеристичне рівняння 

Корені цього рівняння:  знаходимо шляхом підбору, потім виконуємо ділення за схемою Горнена, отримуємо квадратне рівняння  розв’язрвши яке, отримуємо  Отже, надамо явний вид послідовності . Тепер визначимо константи  з початкових умов:



Рзв’язуємо систему, знаходимо константи та остаточно 